Численное моделирование потоков газа над поперечно колеблющейся пластиной в рамках модели разделения наночастиц по размерам

С.В. Калашников^{1,2}, А.В. Номоев², Т.Г. Дармаев¹

¹Бурятский государственный университет
670000 Улан-Удэ, Россия

²Институт физического материаловедения СО РАН
670047 Улан-Удэ, Россия

DOI 10.31554/978-5-7925-0524-7-2018-204-208

В работе рассмотрен метод разделения ультрадисперсных порошков на колеблющейся пластине. Получены экспериментальные данные по эффективности разделения наночастиц диоксида кремния. На основе метода последовательных аппроксимаций уравнения Навье-Стокса получены уравнения и граничные условия для колеблющихся пластин. С помощью системы Mathematica получены аналитические решения и построены графики векторных полей скоростей среды над пластиной бесконечной длины. Рассмотрены физические принципы разделения дисперсионных материалов на колеблющейся поверхности.

Введение

Применение дисперсионных материалов в науке и технике распространено, особенно в материаловедении, металлургии, микроэлектронике, аналитической химии, биохимии. Все более широко использование нанодисперсных порошков в различных технологиях, существует множество методов получения данных материалов, которые, однако, в большинстве своем дают продукт с широким гранулометрическим составом. Частицы различного размера имеют, как правило, разные свойства, которые не могут быть адекватно изучены, пока частицы не разделены на отдельные фракции с узким распределением по размеру. Важно, например, определение наиболее оптимального размера наночастиц для модифицирования металлов [1], полимеров [2], эмалей и резин [3].

Ввиду очень малого размера и массы частиц нанопорошков известные методы разделения по размерам частиц или применимы ограниченно, или не применимы совсем. Если говорить о существующих методах разделения наночастиц, то следует отметить следующие общеизвестные: седиментация [4], фильтрование, абсорбционные методы, электромагнитное разделение, броуновская диффузия, вибрационная сегрегация, гель-электрофорез и диэлектрофорез, аэродинамическое разделение, центрифугирование [5]. Аэродинамический метод, как правило, пока используется только для разделения изотопов урана и по сути, является

видом центрифугирования.

Что касается рассматриваемого акустического разделения, то оно является новым и перспективным методом, однако использование этого способа для наноразмерных систем еще недостаточно изучено. Первые упоминания об использовании микрофигур Хладни для разделения нанодисперсных материалов содержатся в [6]. Обнадеживающие результаты по разделению нанопорошка диоксида кремния акустическим методом получены в [7]. Физически метод основан на фигурах Хладни, построенных разделяемым порошком на поперечно колеблющейся пластине, где частицы пространственно разделяются в зависимости от размера.

Хладни показал, что при колебании пластины смычком частицы песка образуют самоорганизующиеся симметричные структуры. Было так же замечено, что более мелкие частицы песка скапливаются на пучности колебаний пластины. Физические причины распределений частиц по размерам связаны с потоками воздуха или другой среды, находящейся над пластиной, а также, возможно, обусловлено и механическим взаимодействием пластины и частиц. В последнее время появился интерес к данным потокам в рамках создания минивентилляторов в виде вибрирующих пластин бесконечной и конечной длин для микроэлектронных устройств, так, модели потоков газа получены в работе [8]. В работе [6] явление Хладни применяется в наномеханике для разделения наночастиц по размерам акустическими вол-

нами разных частот, однако очень высоких и с малыми размерами пластины, что неприменимо в прикладном смысле.

Экспериментальная часть

Так как в нашем случае имеет значение практическое разделение нанопорошков по размерам частиц, в качестве колеблющейся плоскости использован кантилевер, длина которого много больше его ширины. С одного конца кантилевер возбуждается поперечными колебаниями с одной из его резонансной частотой (1035 Гц). На поверхности кантилевера распылен нанопорошок диоксида кремния «Таркосил» со средним размером частиц около 25 нм, который в процессе колебаний перераспределился в узловые линии и в виде облаков в пучности, рис. 1.

Рис. 1. Колеблющийся кантилевер с нанопорошком диоксида кремния на своей поверхности

На рис. 2 изображены распределения по размерам порошка, отобранного из узловых линий и из пучностей, полученные методом рассеяния света на приборе SALD-7500 производства Shimadzu. Была проведена серия измерений распределений по размерам. Средний размер порошка из узловых

Рис. 2. Распределение по размерам нанопорошка из узловой линии (а) и из пучности (б)

линий составил 610 нм (большой размер обусловлен агломерацией частиц), в пучностях - 32 нм. Разделение порошка по размерам наблюдается устойчиво во всех сериях экспериментов [7].

Целесообразно произвести расчет векторных полей течений газа над поверхностью данного кантилевера, ввиду того, что разделение порошка по размеру частиц на нем подтверждено экспериментально, причем, оно возможно и со сравнительно низкой частотой.

Численное моделирование потоков газа над пластиной

Рассмотрим пластину, колеблющуюся в продольном направлении по закону $w(x,t)$ с амплитудой A и гармонической частотой ω [9].

В двумерном течении вязкой несжимаемой жидкости вектор завихренности имеет лишь одну ненулевую компоненту:

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{\partial U}{\partial x} - \frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} - \\ &\quad - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \equiv -\nabla^2 \Psi, \end{aligned}$$

где функция тока $\Psi(x,y)$ определяется следующим образом:

$$U = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad V = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}.$$

Далее из уравнений Навье-Стокса получим уравнение для завихренности:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + U \frac{\partial \omega}{\partial x} + V \frac{\partial \omega}{\partial y} = \nu \nabla^2 \omega, \quad (1)$$

где ν – кинематическая вязкость.

Используя метод последовательных аппроксимаций [10] разлагаем функцию тока:

$$\Psi(x, y, t) = \Psi_1(x, y, t) + \Psi_2(x, y, t) + \Psi_3(x, y, t) + \dots, \quad (2)$$

где $\Psi_i = O(A^i), i = 1, 2, 3, \dots$

Подставляя (2) в (1) и приравнявая члены одинакового порядка по амплитуде до 2-го порядка получаем:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial t} = \nu \nabla^4 \Psi_1 \\ F(x, y, t) + \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial t} = \nu \nabla^4 \Psi_2, \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{где } F(x, y, t) \equiv \frac{\partial \Psi_1}{\partial y} \frac{\partial^4 \Psi_1}{\partial x} - \frac{\partial \Psi_1}{\partial x} \frac{\partial^4 \Psi_1}{\partial y}.$$

Из условий нахождения частиц на пластине (прилипания) получаем нелинейные граничные условия при $y = w(x, t)$ (подвижная пластина):

$$U = \frac{\partial \Psi}{\partial y} = 0, \quad V = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial t}. \quad (4)$$

Учитывая малость амплитуды, разлагаем функции (4) в ряд Тейлора при $y = 0$ (неподвижная пластина):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi}{\partial y}(x, w, t) &= \frac{\partial \Psi}{\partial y}(x, 0, t) + w \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2}(x, 0, t) \\ &\quad + \frac{w^2}{2!} \frac{\partial^3 \Psi}{\partial y^3}(x, 0, t) + O(A^4), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi}{\partial x}(x, w, t) &= \frac{\partial \Psi}{\partial x}(x, 0, t) + w \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial y}(x, 0, t) \\ &\quad + \frac{w^2}{2!} \frac{\partial^3 \Psi}{\partial x \partial y^2}(x, 0, t) + O(A^4). \end{aligned}$$

Подставляя данные уравнения в выражения (4) и приравнявая одинаковые члены по амплитуде, получаем:

$$\frac{\partial \Psi_1}{\partial y}(x, 0, t) = 0, \quad \frac{\partial \Psi_1}{\partial x}(x, 0, t) = -\frac{\partial w}{\partial t}, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi_2}{\partial y}(x, 0, t) &= -w(x, t) \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial y^2}(x, 0, t), \\ \frac{\partial \Psi_1}{\partial x}(x, 0, t) &= -w(x, t) \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial x \partial y}(x, 0, t). \end{aligned}$$

Из условий затухания колебаний жидкости на бесконечности дополнительно получаем, что Ψ_1, Ψ_2 и их градиенты стремятся к нулю при $y \rightarrow \infty, x \rightarrow \pm \infty$:

$$\begin{aligned} \Psi_1(x, \infty, t) &= \frac{\partial \Psi_1}{\partial x}(x, \infty, t) = \Psi_2(x, \infty, t) \\ &= \frac{\partial \Psi_2}{\partial x}(x, \infty, t) = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Psi_1(\pm \infty, y, t) &= \frac{\partial \Psi_1}{\partial x}(\pm \infty, y, t) = \\ \Psi_2(\pm \infty, y, t) &= \frac{\partial \Psi_2}{\partial x}(\pm \infty, y, t) = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Из полученной выше рекуррентной системы краевых задач (3), (4) и (5) были вычислены функции тока (2) стационарных течений до второго порядка разложения по амплитуде аналитически в системе Mathematica методом разделения переменных.

На рис 3 и 4 приведены векторные поля скоростей функций тока 1-го и 2-го порядка разложения по амплитуде соответственно.

В расчете использованы следующие данные. Функция колебаний: $w(x, t) = A \cos\left(\frac{\pi}{L}x\right) e^{j\omega t}$, где $j = \sqrt{-1}$. Кинематическая вязкость воздуха $\nu = 1,45 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$. Длина $L = 6,5 \text{ см}$, амплитуда $A = 0,08 \text{ см}$, циклическая частота $\omega = 120\pi \text{ рад/с}$.

Рис. 3. Усредненное по периоду векторное поле функции тока $\Psi_1(x, y)$

Рис. 4. Усредненное по периоду векторное поле функции тока $\Psi_2(x, y)$

Исходя из проведенного численного моделирования (рис. 3 и 4) видно, что учет разложения по амплитуде до второго порядка показывает, что течение имеет вихревую структуру с периодом, равным $L/2$. Соседние вихри вращаются во взаимно противоположных направлениях с центрами вблизи пластины. Отток от пластины происходит в окрестностях узловых точек, а подтекание к пластине - в окрестностях пучностей стоячей волны, где и скапливаются частицы мелкой фракции в виде круглых облаков.

На рис 5 приведена контурная диаграмма для горизонтальной компоненты скорости потока среды $u(x, y)$ и вертикальной компоненты скорости $v(x, y)$. На диаграмме $u(x, y)$ вблизи кантилевера ($y=0$) видны потоки, направленные к пучности ($x=2,5$ см). Именно эти потоки, скорее всего, и создают посредством силы Стокса движение частиц к пучности, на которой и остаются, т.к. потоки слева, справа (рис. 5) и сверху (рис. 4) направлены к пучности.

Рис. 5. Контурная диаграмма векторного поля над колеблющимся кантилевером (белый цвет соответствует нулевой скорости, синий - положительной проекции скорости, оранжевый - отрицательной проекции скорости)

Заключение

Рассмотрев явление разделения частиц на колеблющейся пластине в эксперименте и потоки воздуха в численной модели, мы можем сделать некоторые заключения, касающиеся физических причин перераспределения частиц на узловых линиях и в пучностях.

В работе [11] авторы, рассматривая аналогичное явление, но с частицами двух сортов с размерами 4 мк и 0,5 мк и при частоте колебаний микроскопического кантилевера в пределах 12 кГц - 1,3 МГц, пришли к выводу, что причиной разделения частиц является приповерхностное замкнутое течение газа. Направление силы Стокса противоположно для частиц, имеющих размер меньше или больше некоторого значения, зависящего от частоты колебаний и вязкости газа.

Интересным фактом можно отметить то, что колеблющаяся синусоидально поверхность может привести к потоку среды над ней, который может двигаться не синусоидально, т.е. в результате поступательного движения газа возникает устойчивое течение

около вибрирующей поверхности, что можно видеть на рис. 5.

Сила Стокса доминирует в нашем случае, то есть частицы следуют за движением газа или жидкости над кантилевером. Чтобы проиллюстрировать важность средней скорости потока относительно частиц (лагранжевой скорости), рассмотрим траектории частиц, находящихся на пучности колебаний, узле и между узлом и пучностью. На рис. 6 схематично изображены траектории движения частиц, находящихся в различных точках колеблющейся пластины.

Рис. 6. Траектории движения частиц, находящихся на линии пучности колебаний, на узловой линии, между линией пучности и узловой линией

В пучности частица перемещается вверх и вниз, в то время как на центральной линии частица перемещается слева направо. Однако, между пучностью и центральной линией мелкая частица перемещается налево, то есть собственно к пучности, тогда как средняя эйлерова скорость потока направлена к узловой линии в этом месте, рис. 4.

Различие в эйлеровой и лагранжевой скоростях может произойти во всех колебательных потоках, которые неоднородны, и это часто упоминается как дрейф Стокса. Этот термин является результатом происхождения Стоксовых выражений, которые описывают движение маленькой частицы около свободной поверхности воды, в направлении распространения волны в ней (лагранжевая скорость). Дж. Лайтхилл был одним из первых, кто заметил различие между эйлеровой и лагранжевой скоростями в устойчивом потоке. Однако в его случае поток был вызван постоянной звуковой волной, и различие между двумя типами скоростей было значительно меньшим. В рассматриваемой модели, где поток вызван колеблющейся пластиной, различие намного больше и

направления эйлеровой и лагранжевой скорости даже противоположны.

Список литературы

- [1]. Калашников С.В., Раднаев А.Р., Номоев А.В., Дзидзигури Э.Л. Технологические и прочностные свойства силумина, модифицированного наночастицами диоксида кремния // Металлы. - 2017. - №1. С. 37-42.
- [2]. Калашников С.В., Лыгденов В.Ц., Номоев А.В., Татарникова Н.Н. Термомеханические свойства кремнийорганического компаунда, содержащего микро- и наноразмерные порошки различных веществ // Нанотехнологии: наука и производство. -2015. - №3. С. 25-33.
- [3]. Бардаханов С.П., Ким А.В., Лысенко В.И., Номоев А.В., Труфанов Д.Ю., Лыгденов В.Ц. Влияние нанопорошка таркосила на свойства эмалей. // Лакокрасочные материалы и их применение. 2009. №7. С. 32.
- [4]. Бубенчиков М.А., Потеев А.И. Седimentация наночастиц в поле центробежных сил. // Известия высших учебных заведений. Физика. 2011. №2. С. 74-80.
- [5]. Дзидзигури Э.Л., Калашников С.В., Номоев А.В. Дифференциация наночастиц диоксида кремния по размерам в поле центробежных сил // Российские нанотехнологии. 2014. Том 9, № 9-10. С. 52-54.
- [6]. Acikalin T., Bietsch A., Dorrestijn M., Gerber Ch., Hegner M., Meyer E., Raman A. Chladni Figures Revisited Based on Nanomechanics // Physical Review. 2007. №98. P. 1-4.
- [7]. Калашников С. В., Номоев А.В., Дзидзигури Э.Л. Использование метода инверсных фигур Хладни для разделения частиц по размерам // Физика и химия обработки материалов. 2014. № 4. С. 68-73.
- [8]. Acikalin T., Ramah A., Garimella S.V. Two-dimensional streaming flows induced by resonating thin beams // J.Acoust.Soc. Am. 2003. V.114. №4. Pt.1. P.1785-1795.
- [9]. Дармаев Т.Г., Дамбаев Ж.Г. Математическая модель потока над колеблющейся пластинкой // Вестник Бурятского государственного университета. 2014. № 9-3. С. 69-72.
- [10]. Schlichting H. Boundary layer theory / New-York: McGraw-Hill, 1955.
- [11]. Acikalin T., Bietsch A., Dorrestijn M., Gerber Ch., Hegner M., Meyer E., Raman A. Chladni Figures Revisited Based on Nanomechanics. // Physical review. 2007. № 98, pp. 026102-1-4.